

УДК 669.017:539.374:539.67

О.В.Мозговий, к.т.н., доц.

ВДПУ імені Михайла Коцюбинського, м. Вінниця, Україна

## ВИЗНАЧЕННЯ ДІЙСНОГО ЗНАЧЕННЯ ДЕКРЕМЕНТУ КОЛИВАНЬ ЗВУКОВИМ МЕТОДОМ

*Предложена методика определения действительного и усредненного значения декремента колебаний при помощи специальной установки и программы обчета развертки во времени свободных затухающих колебаний звуковой частоты.*

*The method of determination of actual and usrednenngo value of dekrementa of vibrations is offered through the special setting and program of shortchanging of involute in time of free attenuation vibrations of audio-frequency.*

У багатьох галузях техніки застосовуються і враховуються коливальні і хвильові процеси. Знаходять своє використання коливальні і хвильові рухи у наукових дослідженнях.

При розрахунку коливальних рухів в реальних умовах потрібно враховувати сили опору, за наявності яких відбувається втрата енергії і поступове згасання коливань. Для пружних тіл такими силами є опір середовища і внутрішні сили затухання (недосконала пружність).

Непружність у металах проявляється в нелінійному характері залежності між напружками і деформаціями у процесі зміни навантаження. У координатах напружка-деформація така залежність має форму замкнутої петлі механічного гістерезису. Площа петлі пропорційна різниці між роботами деформації при навантаженні і розвантаженні матеріалу і визначає ту частину енергії, яка витрачається на необоротні процеси у решітці твердого тіла, перетворюючись у результаті в теплоту.

Існують різні методи для дослідження непружності металів [1, 2]. Одним із таких методів є метод вільних затухаючих коливань, який за умови невеликого розсіяння енергії має високу роздільну здатність і простий у використанні. Після деформації зразка до певного рівня напружень діюча сила знімається і зразок здійснює вільні затухаючі коливання.

Для коливального руху, у цьому випадку, диференціальне рівняння має вигляд

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2h \frac{dy}{dt} + k^2 y = 0, \quad (1)$$

де  $2h = \frac{\alpha}{m}$ ,  $k^2 = \frac{c}{m}$  - коефіцієнт відновлення,  $h$  - коефіцієнт в'язкого демпфірування і характеризує інтенсивність

зменшення амплітуди,  $\alpha$  - коефіцієнт частотно-незалежного тертя. Член у рівнянні (1)  $2h \frac{dy}{dt}$  враховує силу опору, а

$k^2 y$  - силу, яка намагається повернути тіло, що коливається, у положення рівноваги,

Реєструючи ці коливання, отримаємо графік зміни амплітуди, який описується рівнянням

$$y = A_1 e^{-ht} \sin(\omega t + \varepsilon), \quad (2)$$

де  $\omega^2 = k^2 - h^2$ ,  $A_1 = \sqrt{y_o^2 + \frac{(y_o' + hy_o)^2}{\omega^2}}$ ,  $\text{ctg} \varepsilon = \frac{y_o' + hy_o}{y_o \omega}$ , зміщення  $y(0) = y_o$ , швидкість  $y'(0) = y_o'$  у момент часу  $t = 0$ .

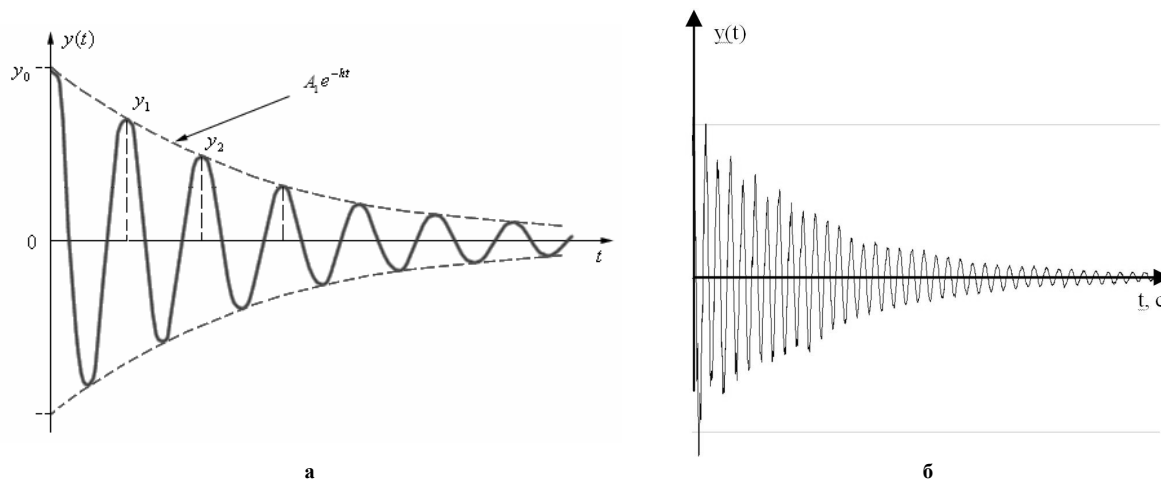


Рис. 1. Графік зміни амплітуди вільних затухаючих коливань з часом: теоретична (а) і експериментальна (б) залежності

Пунктиром позначені криві, які описуються рівнянням

$$y = \pm A_1 e^{-ht}.$$

Множник  $e^{-ht}$  визначає поступове зменшення амплітуди коливань. Із формули (2) коефіцієнт опору  $h$  визначається

$$h = \frac{w}{2\pi} \ln \frac{y_i}{y_{i+1}},$$

де  $y_i$  - максимальне значення амплітуди,  $y_{i+1}$  - наступне максимальне значення амплітуди у напрямку збільшення часу від початку затухання.

Безрозмірна величина  $\delta$ , яка характеризує швидкість затухання коливань, визначається за формулою

$$\delta = \ln \frac{y_i}{y_{i+1}} = h \frac{2\pi}{w}.$$

Для зменшення похибки визначення логарифмічного декременту по двох суміжних амплітудах при малому затуханні, використовують вираз

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{y_o}{y_n}, \quad (3)$$

де  $n$  - кількість циклів між амплітудами  $y_o$  і  $y_n$ .

Величина декременту для різних  $n$  буде різною, так як кожному значенню числа циклів коливань відповідає певний середній рівень напруг. Рівняння (3) можна представити у такому вигляді

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \left( \frac{y_o}{y_1} \cdot \frac{y_1}{y_2} \cdot \dots \cdot \frac{y_{n-1}}{y_n} \right) = \frac{1}{n} \sum \delta_i \quad (4)$$

Звідси випливає, що  $\delta$  для  $n$  періодів дорівнює середньому арифметичному дійсних значень  $\delta_i$ , які визначені для кожного із цих періодів по двох суміжних амплітудах.

Отримати значення  $\delta_i$  по двох суміжних амплітудах у формулі (4) з великою точністю, особливо для матеріалів з незначним затуханням, дуже важко. Середнє значення логарифмічного декременту не завжди влаштовує, так як при розрахунку деталей машин чи механізмів потрібно знати дійсне розсіяння механічної енергії в залежності від величини напруг чи амплітуди коливань. Наприклад, для деталей з різним поперечним перерізом і умовами навантаження.

Щоб не допустити втрати точності обчислень використовують при обробці експериментальних даних адаптивні формули [3]. Для перших  $k$  взятих даних в якості середніх значень

$$\delta^{(k)} = \frac{1}{k} \ln \delta_i = \frac{1}{k} \ln \frac{y_o}{y_k}; \quad S^{(k)} = \sum_{i=1}^k (\delta_i - \delta^{(k)})^2,$$

де  $S$  - дисперсія. Тоді для всіх наступних значень використовують такі адаптивні формули

$$\delta^{(k+1)} = \delta^{(k)} + \frac{\delta_{k+1} - \delta^{(k)}}{k+1}; \quad S^{(k+1)} = S^{(k)} + (\delta_{k+1} - \delta^{(k+1)})(\delta_{k+1} - \delta^{(k)}).$$

Визначити дійсні значення  $\delta_i$  у кожний момент часу від початку затухання коливань і величину напруги дозволяє розроблена програма частотно-смугового аналізу обвідної сигналу записаної розгортки в часі вільних механічних затухаючих коливань частотою від 20 до 20000 Гц. Сигнал записується у 16-бітних PCM (Pulse Code Modulation) звукових файлах формату RIFF (wav), моно. Частота дискредитації становить 44 100 Гц.

Запис механічних коливань здійснюється за допомогою спеціальної установки [4], де у досліджуваних зразках збуджуються механічні коливання і записуються результати у звукові файли за допомогою стандартної програми Sound Forge, де можна проводити спектральний аналіз отриманих результатів коливань.

Записана часова розгортка затухаючих коливань (рис.1) послідовно розбивається на вибірки довжиною 2048 відліків (приблизно 0,05 секунди). Для кожної вибірки здійснюється швидке перетворення Фур'є, за яким обчислюється: відлік загальної обвідної як середній квадрат від всіх гармонік звукового діапазону, відлік обвідної заданої користувачем смуги частот як середній квадрат від всіх гармонік діапазону, значення амплітуди та частоти максимальної гармоніки в заданій смузі частот. Такі обчислення дозволяють отримати загальну обвідну, обвідну смуги частот та обвідну найбільшої гармоніки у смузі частот. Результати виводяться на монітор у табличній та графічній формах (рис.2).

У площині графічного індикатора можна встановити маркер, координати перетину вертикального маркера з обвідною максимальної гармоніки в заданій користувачем смузі частот виводяться в індикаторі «Мрк». Автоматично обчислюється логарифмічний декремент затухання. Виводиться значення декременту, відсоток співвідношення амплітуд для крайніх точок відрізка обчислення декременту та тривалість відрізка часу на якому обчислено декремент. Програма дозволяє визначати відстань по часу і амплітуді між поточним положенням курсора і заданою точкою перетину маркера з обвідною максимальної гармоніки. Це дозволяє детально дослідити отримані обвідні з визначенням необхідних параметрів затухання досліджуваних коливань.

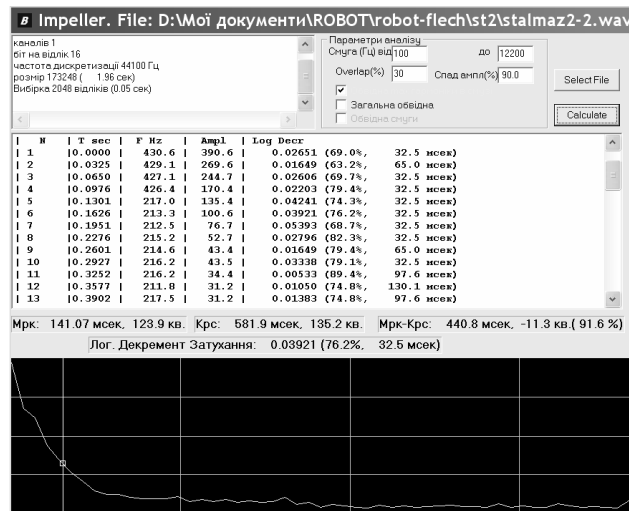


Рис. 2. Вид головного вікна роботи програми

Задаючи параметри обрахунку графіка затухаючих коливань: відсоток перекриття кожною наступною вибіркою попередньої, частоту смуги аналізу, відсоток спаду амплітуди для обчислення логарифмічного декременту коливань можна отримати близьке до дійсного значення логарифмічного декременту коливань, обчисленого для двох послідовних амплітуд.

У результаті проведених експериментів запису і обрахунків за допомогою запропонованої програми отримано отримані залежності логарифмічного декременту коливань від часу і амплітуди деформації у процесі затухання.

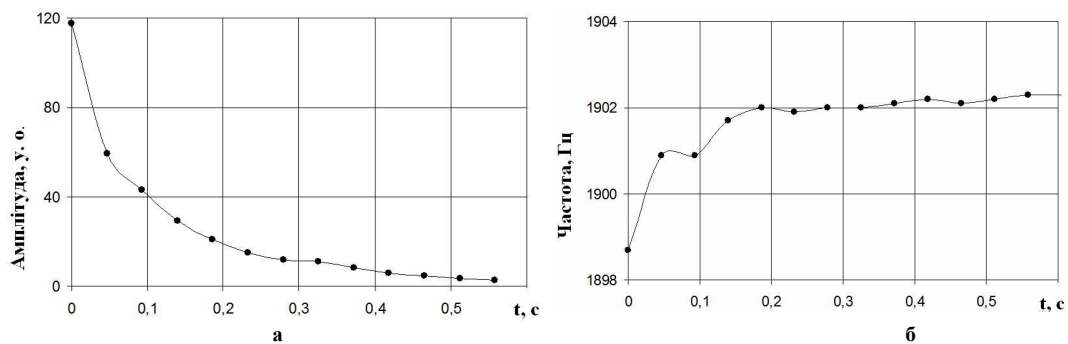


Рис. 3. Часові залежності амплітуди (а) і частоти (б) вільних затухаючих коливань лопаток газотурбінного двигуна

Також отримані залежності зміни амплітуди і частоти затухаючих коливань для лопаток газотурбінних двигунів і сталевих зразків, які вирізані з валу газотурбінного двигуна, що пройшов повний цикл виготовлення і поверхня якого з внутрішньої і зовнішньої сторони оброблена алмазним наконечником з різним зусиллям притиску (рис. 3 - 6).

Із рисунку 3 видно, що амплітуда коливань зменшується у шість раз протягом перших 0,2 секунди. Частота коливань зростає за цей час на 4 Гц і до завершення затухання майже не змінюється. Логарифмічний декремент коливань у процесі затухання поступово зменшується (рис.4 б) і спостерігається його залежність від амплітуди деформації (рис. 4 а).

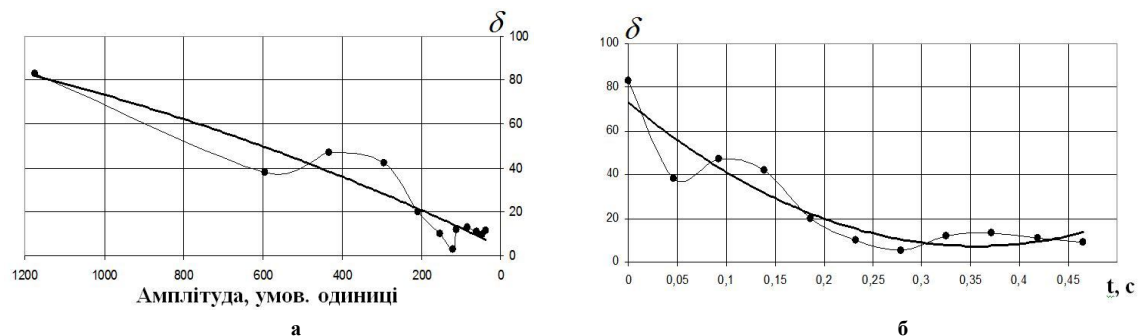


Рис. 4. Амплітудна (а) і часова (б) залежності логарифмічного декременту вільних затухаючих коливань лопаток газотурбінного двигуна

Для сталених зразків, поверхнева пластична деформація яких здійснена алмазним вигладжуванням зусиллям у 50 Н, основне зменшення амплітуди відбувається швидше ніж для лопаток, а частота після 0,2 секунди зменшується приблизно на 200 Гц (рис. 5).

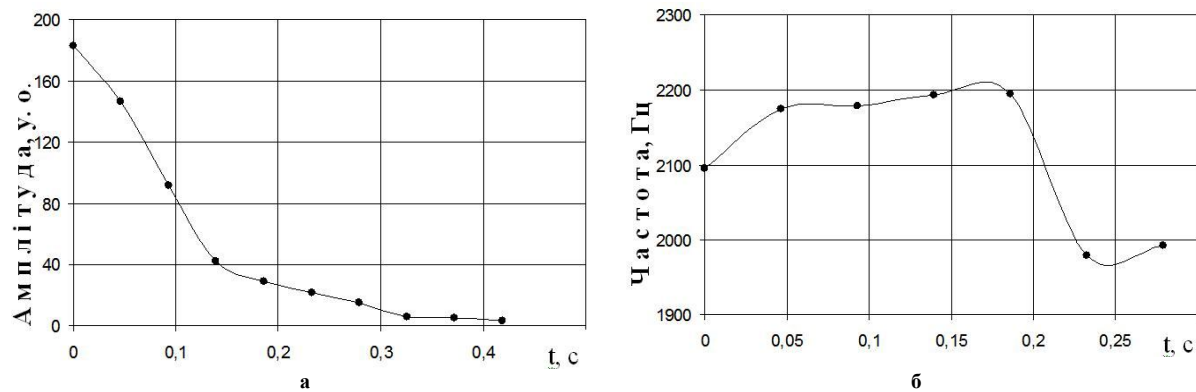


Рис. 5. Часові залежності амплітуди (а) і частоти (б) вільних затухаючих коливань сталених зразків

Амплітудна і часова залежності логарифмічного декременту коливань мають також інший характер ходу, але в загальному спостерігається зменшення декременту із зменшенням амплітуди деформації і збільшенням часу з моменту затухання (рис.6).

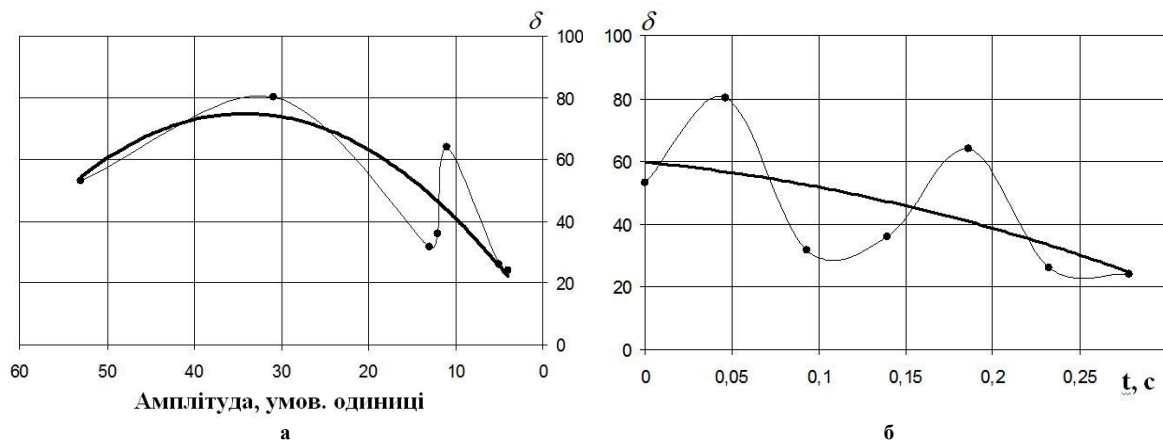


Рис. 6. Амплітудна (а) і часова (б) залежності логарифмічного декременту вільних затухаючих коливань сталених зразків

Аналіз залежностей амплітуди коливань, частоти і логарифмічного декременту від часу показав складний характер затухаючих коливань. Зміна декременту коливань в залежності від напруженого стану (амплітуди деформації) не залежність від частоти коливань, що підтверджує гіпотезу Бока – Шліппе – Колара [5].

У роботі запропонована нова можливість визначення дійсного і усередненого значення логарифмічного декременту коливань звукової частоти, встановлення характеру зміни амплітуди і частоти вільних затухаючих коливань у процесі їх затухання.

### Список літератури

1. Трощенко В.Т. Деформирование и разрушение металлов при многоцикловом нагружении. - Киев: Наукова думка, 1981. – 344 с.
2. Блантер М.С., Головин И.С., Головин С.А., Ильин А.А., Сарак В.И. Механическая спектроскопия металлических материалов. – М.:МИА, 1994. – 256 с.
3. Дж. Мэйдоналд Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике. – М.: Финансы и статистика, 1988. – 335 с.
4. Богуслав О.В., Мозговий О.В., Мозговий С.В., Качан А.Я., Тітов А.В. Діагностика лопаток ГТД звуковим методом // Вісник двигунобудування, 2004. - № 1. – С.148 – 150.
5. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – К.: Вища шк., 2004. – 525 с.